

POLITIQUE D'ÉDUCATION

7.1 Le modèle de Lucas

7.2 Politiques d'éducation

Le modèle de Solow envisage l'accumulation des connaissances comme un progrès technique exogène. Il en est ainsi parce qu'une idée nouvelle est supposée être un bien non rival, non excluable et enfin gratuit. Ces trois caractéristiques en font un bien libre. On est donc conduit à admettre que les idées tombent du ciel comme une manne nocturne et améliorent de façon exogène l'efficacité du travail. Cette conception nous conduit, un peu trop rapidement, à retenir l'hypothèse selon laquelle tous les pays disposent à long terme de la même technologie. Or manifestement cette hypothèse est fautive, l'Éthiopie n'a pas la même technologie que les États-Unis.

Pour expliquer pourquoi les économies n'ont pas la même technologie, bien que celle-ci soit un bien libre qui tombe du ciel, on pourrait alors supposer que les délais de diffusion des connaissances sont extrêmement longs. Mais il est difficile d'admettre que la diffusion de la technologie soit imparfaite au point de susciter des écarts de niveau de vie aussi importants, que l'Éthiopie est si pauvre parce qu'elle n'a pas encore pu accéder à la technologie industrielle développée en Europe au XIX^e siècle.

Il est alors possible de penser que les idées ne sont pas des biens libres, que leur accès est coûteux. Il se peut que les idées soient des biens excluables, qu'elles soient vendues si elles sont protégées par des brevets. On examinera ce cas au chapitre 8 avec le modèle de Romer. Mais la technologie industrielle, mise en place il y a plus d'un siècle, est manifestement un bien non rival, non excluable et gratuitement à la disposition des pays pauvres.

Il est donc possible que les difficultés des pays pauvres ne viennent pas de l'impossibilité d'acheter la technologie mais soient liées à l'impossibilité de l'utiliser, que le problème ne soit pas lié à une variable de contrôle, mais à une variable d'état. Il est possible d'admettre, qu'à long terme, la technologie soit effectivement un bien libre, mais que pour une raison non contrôlable, elle ne tombe pas du ciel partout pareil. Il faut alors chercher quelle est la variable d'état qui empêche que certains pays profitent de la manne nocturne. Il est probable que la difficulté pour utiliser la technologie existante soit liée à un manque de capital humain.

Le « capital humain » est l'ensemble des aptitudes et qualifications productives d'un individu. C'est un input de la fonction de production et ce concept n'a rien à voir avec les qualités humaines, morales, artistiques... de l'agent. C'est un stock accumulable de plusieurs façons, en particulier par l'éducation. Le caractère durable et productif de ces aptitudes conduit à lui donner le nom de capital. L'adjectif humain précise qu'il ne peut être dissocié de l'individu qui le possède. A cet égard, il existe une différence entre le concept de capital humain et le concept d'idée étudié au chapitre 8. Le capital humain est constitué par les aptitudes productives d'individus, il est donc *rival* (un ingénieur ne peut être utilisé simultanément dans deux activités) et *excluable* (les individus sont propriétaires de leurs compétences). Ces aptitudes sont à ce titre rémunérées par le taux de salaire. Une autre caractéristique du capital humain est qu'il est générateur d'externalités. La connaissance d'un

individu permet d'améliorer celle des autres. Un travailleur est plus productif à Silicon Valley que s'il travaille dans le désert parce qu'il bénéficie des connaissances des autres et apporte des connaissances aux autres. Le niveau moyen de capital humain dans une société est un facteur de production pour chaque entreprise de cette société, sans pour autant que cet input soit une variable de choix pour ces entreprises, c'est une externalité.

La théorie du capital humain de Schultz (1961) et Becker (1964) s'est, à l'origine, intéressée au problème microéconomique du choix d'éducation d'agents rationnels qui optimisent, sur leur cycle de vie, la valeur présente de leur investissement en formation. Elle fut d'abord utilisée dans la théorie du marché du travail avant d'être introduite dans la théorie de la croissance par Lucas en 1988. Dans la théorie de la croissance, les économistes (A. Smith, J. Stuart Mill...) avaient souligné que l'éducation était un ingrédient de la productivité et de la croissance économique. C'est Denison (1962) qui, le premier, a montré que l'introduction d'une variable éducation permettait de réduire considérablement le résidu de Solow. Il montre que la croissance des USA entre 1930 et 1960 est due pour 23 % à l'accroissement de l'éducation. Depuis, de nombreuses autres études montrent une contribution importante de la scolarité, notamment primaire, sur le taux de croissance des économies.

L'article fondateur de Lucas « On the mechanics of economic development » (1988) est considéré comme un point de départ de la théorie de la croissance endogène. On présente ce modèle dans la section I. La section II est consacrée à la politique d'éducation.

7.1 LE MODÈLE DE LUCAS

Nous donnons une version très proche de celle de l'article de 1988, pour inciter le lecteur à lire cet article fondamental. Nous n'introduisons que quelques simplifications. Nous présentons les hypothèses, puis l'état régulier, puis la dynamique transitoire.

7.1.1 Les hypothèses

On considère une économie de N agents. Pour simplifier nous prenons N constant.

Chaque agent (i) est doté à l'instant t d'un niveau de capital humain $h_i(t)$. Un modèle avec hétérogénéité du capital humain serait très intéressant (voir infra chapitre 10, § 10.2), mais pour simplifier les choses, Lucas suppose que tous les individus sont identiques et dotés du même niveau de capital humain $h_i(t) = h(t)$. Le stock global de capital humain est $H(t) = h(t) \cdot N$, et le capital humain moyen dans la société est : $h_a(t) = h(t)N/N = h(t)$.

L'hypothèse importante, qui permet d'endogénéiser la croissance économique, est que à chaque période, chaque agent dispose d'une unité de temps qu'il affecte dans une proportion (u) à la production de bien et $(1-u)$ à l'accumulation de capital humain. Donc, dans la production, l'input travail efficace est à l'instant t : $uh(t)N$.

La fonction de production de bien a pour expression :
$$Y = AK^\beta [uhN]^{1-\beta} h_a^\gamma .$$

Lucas suppose, que la quantité produite dépend non seulement du stock de capital physique, du stock de capital humain hN , du temps u consacré à l'activité de production, mais aussi du niveau moyen de capital humain dans la société h_a . Le terme h_a^γ représente l'externalité positive du niveau de capital humain dans la société. L'élasticité de la production par rapport au niveau moyen de capital humain γ est positive. Comme on l'a dit, c'est une caractéristique du capital humain de générer des externalités. C'est la raison de la présence de

cet effet externe dans le modèle de Lucas. Contrairement au modèle AK, cette externalité n'est pas nécessaire ici, pour générer un processus de croissance régulière. Toutefois cette externalité « justifiera » cependant la politique d'éducation.

La production de capital humain, moteur de la croissance, se fait à rendement constant, ce qui assure une croissance auto entretenue à taux constant. La production de capital humain (l'éducation) d'un individu se fait selon une technique de type linéaire grâce à du capital humain :

$$Dh = \delta(1-u)h$$

(1-u) est le temps endogène consacré à l'éducation. On peut considérer que ce terme représente le coût de l'éducation, puisqu'en s'éduquant l'agent renonce à la production de biens de consommation. δ est la productivité du capital humain dans la production de capital humain.

L'hypothèse *ad hoc* du modèle est que l'exposant de h est égal à 1. Si l'exposant de h était inférieur à 1 l'accumulation deviendrait de plus en plus difficile et Dh/h tendrait vers zéro lorsque h augmente. Si l'exposant de h était supérieur à 1, Dh/h tendrait vers l'infini et la croissance de l'économie serait explosive. Cette hypothèse de linéarité, assure donc que l'accumulation de capital humain est source d'une croissance à taux constant. Remarquons que sous cette hypothèse, dans la fonction de production, l'efficacité du travail croît au taux endogène, $\delta(1-u)$, comme elle croissait au taux exogène, x, dans le modèle de Solow.

On peut s'étonner que l'éducation se fasse à rendements constants et non décroissants. Cet étonnement vient du fait qu'on raisonne pour un agent à durée de vie limitée. Il est vrai qu'un individu jeune, apprend plus vite qu'un vieux, que la productivité « naturelle » diminue au cours de la vie. De plus, l'incitation à s'éduquer devient plus faible lorsqu'on vieillit, compte tenu de l'espérance de vie. Mais Lucas se place dans un modèle où l'accumulation des connaissances se réalise entre les générations qui se transmettent leur stock, où le niveau initial de capital humain d'un agent est déterminé par celui dont il a hérité de la génération précédente. Ce processus intergénérationnel est modélisé par un agent à durée de vie infinie. Dans ce cadre, les raisons de supposer des rendements décroissants de l'accumulation du capital humain disparaissent. Il n'en reste pas moins, que les raisons de supposer des rendements, exactement constant, restent *ad hoc*.

On peut s'étonner que la production du capital humain se fasse sans capital physique. On pourrait avoir : $Dh = [(1-u)h]^a \cdot [(1-v)k]^b$. Barro et Sala-i-Martin (1995-§5.3) montrent les conditions sur les rendements (β, γ, a, b) dans les deux fonctions de production, pour que la croissance se fasse à taux constant. Si l'on veut garder l'effet externe du capital humain (γ positif), il semble que la condition $b = 0$ et $a = 1$ soit la condition la plus raisonnable. L'idée d'introduire du capital physique dans la fonction d'accumulation du capital humain a pour objectif de refléter une réalité. Mais dans un modèle à « bien unique », où le bien produit est à la fois bien de consommation et bien d'investissement, le coût de l'éducation en capital physique est correctement modélisé, comme on l'a dit, par (1-u) ; le renoncement à du bien de « consommation - capital physique ».

Enfin Lucas suppose qu'il n'y a pas d'amortissement et écrit la fonction d'accumulation du capital physique $DK = Y - Nc$. Nous l'écrirons en variables par tête $Dk = y - c$ puisque nous avons supposé que le taux de croissance de la population est nul.

En résumé, le problème de l'agent représentatif est :

$$\text{Max} \int_0^{+\infty} e^{-\rho t} \frac{c(t)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} dt \quad (7.1)$$

sous les contraintes individuelles suivantes :

$$\text{d'accumulation du capital humain} \quad Dh = \delta(1-u)h \quad (7.2)$$

$$\text{d'accumulation du capital physique} \quad Dk = y - c \quad (7.3)$$

$$\text{où la production par tête est} \quad y = Ak^\beta [uh]^{1-\beta} h_a^\gamma \quad (7.4)$$

7.1.2 Taux de croissance d'équilibre et optimum

Les taux de croissance d'état régulier. On détermine les taux de croissance d'état régulier du capital humain et physique.

1) De l'équation (7.2), on peut donner l'expression du taux de croissance du capital humain en fonction du paramètre δ et du temps $(1-u)$ imparti à l'accumulation de ce facteur :

$$\frac{Dh}{h} = \nu = \delta(1-u) \quad (7.5)$$

Pour que le taux de croissance du capital humain soit constant à l'état régulier, il est nécessaire que u soit constant (temps endogène u^* qui reste à définir)¹.

2) La productivité marginale du capital physique est : $Pmk = \beta Ak^{\beta-1} (uh)^{1-\beta} h^\gamma$.

En prenant sa dérivée logarithmique $\frac{D Pmk}{Pmk} = (\beta - 1) \frac{Dk}{k} + (1 - \beta + \gamma) \frac{Dh}{h}$.

La règle de Ramsey-Keynes, que l'on va établir, implique comme d'habitude, qu'à l'état régulier, la productivité marginale du capital physique doit demeurer constante. Donc en égalisant le taux de croissance de la productivité marginale du capital à zéro :

$$\frac{Dk}{k} = x = \frac{1 - \beta + \gamma}{1 - \beta} \nu \quad (7.6)$$

on obtient le taux de croissance du capital physique par tête à l'état régulier, en fonction du taux de croissance du capital humain. A l'état régulier les variables par tête, c , y et k , croissent au même taux, qui est constant, x .²

En définitive on voit que si u est constant le taux de croissance des variables par tête est constant. Pour résoudre le modèle, et rendre la croissance endogène, il nous reste simplement à déterminer la valeur de u^* d'état régulier. Pour cela il faut résoudre le problème d'optimisation de l'agent représentatif et du dictateur bienveillant.

Optimisation de l'agent et du dictateur bienveillant. Les calculs d'optimisation diffèrent selon qu'on se place du point de vue de l'équilibre concurrentiel (celui qui résulte d'une optimisation décentralisée par des agents économiques qui ne peuvent intégrer l'externalité dans leur calcul) ou du point de vue de l'optimum centralisé (celui qui résulte de l'optimisation par un planificateur bienveillant, qui lui internalise l'externalité).

Des équations 1,2,3,4 on construit le Hamiltonien :

$$H = e^{-\rho t} \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \lambda_1 \left[Ak^\beta (uh)^{1-\beta} h_a^\gamma - c \right] + \lambda_2 [\delta(1-u)h]$$

¹ On remarque la différence entre la croissance exogène de l'efficacité du travail dans le modèle de Solow, et la croissance endogène du capital humain dans le modèle de Lucas qui dépend de la variable de contrôle u .

² On remarque que s'il n'y a pas d'externalités ($\gamma = 0$) le capital humain et les variables par tête c , y , k , croissent au même taux, $\nu = x$. La croissance par tête s'explique par la croissance de l'efficacité du travail, comme dans le modèle de Solow.

où λ_1 et λ_2 sont respectivement les prix implicites actualisés du capital physique et humain.

$\lambda_1 = e^{-\rho t} \theta_1$ et $\lambda_2 = e^{-\rho t} \theta_2$ où θ_1 et θ_2 sont les prix implicites non actualisés.

Les variables de choix sont c et u , les variables d'état sont h et k .

A l'équilibre concurrentiel les agents économiques considèrent le capital humain moyen (h_a) comme une donnée. A l'optimum centralisé le planificateur omniscient intègre l'effet externe de l'accumulation de capital humain sur la production de bien, il prend ($h_a = h$) comme variable.

Les conditions du premier ordre sont (en utilisant $\lambda_1 = e^{-\rho t} \theta_1$ et $\lambda_2 = e^{-\rho t} \theta_2$) :

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \quad \Rightarrow \quad e^{-\rho t} c^{-\sigma} = \lambda_1 \quad \Rightarrow \quad c^{-\sigma} = \theta_1 \quad (7.a)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta_1 (1-\beta) A k^\beta (uh)^{-\beta} h^{1+\gamma} = \theta_2 \cdot \delta h \quad (7.b)$$

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial k} \quad \Rightarrow \quad D\theta_1 = \rho \theta_1 - \theta_1 \cdot A \beta k^{\beta-1} (uh)^{1-\beta} h^\gamma$$

donc³ : $\frac{D\theta_1}{\theta_1} = \rho - Pmk$. (7.c)

$$\frac{\partial \lambda_2}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial h} \quad \text{Les dérivées par rapport à } h \text{ diffèrent pour l'agent et pour le dictateur.}$$

- Sur le sentier optimal le dictateur dérive par rapport à h et h_a et donc :

$$\Rightarrow \quad D\theta_2 = \rho \theta_2 - \theta_1 \cdot A k^\beta u^{1-\beta} (1-\beta + \gamma) h^{-\beta+\gamma} - \theta_2 \cdot \delta (1-u)$$

donc⁴ : $\left(\frac{D\theta_2}{\theta_2} \right)^{opt} = \rho - \left[\delta + \frac{\delta \gamma}{1-\beta} u \right]$. (7.d)

- Sur le sentier d'équilibre l'agent prend h_a comme donné et donc :

$$\Rightarrow \quad D\theta_2 = \rho \theta_2 - \theta_1 \cdot A k^\beta u^{1-\beta} (1-\beta) h^{-\beta+\gamma} - \theta_2 \cdot \delta (1-u)$$

donc⁵ : $\left(\frac{D\theta_2}{\theta_2} \right)^{eq} = \rho - \delta$. (7.d')

Les deux équations (d et d') diffèrent à cause de l'externalité. Si $\gamma = 0$ le taux de croissance du prix implicite du capital humain serait identique dans les deux équations. Si $\gamma > 0$ le dictateur, qui internalise l'externalité, calcule une productivité du capital humain plus forte que celle que calcule l'agent représentatif.

1) On prend la dérivée logarithmique de (a), et on trouve : $\frac{D\theta_1}{\theta_1} = -\sigma \frac{Dc}{c}$.

En égalisant ce taux de croissance du prix implicite du capital physique, avec son expression donnée par (c) on obtient la règle de Ramsey-Keynes : $Pmk = \rho + \sigma \frac{Dc}{c}$.

³ en utilisant la valeur, donnée ci-dessus, de la productivité marginale du capital

⁴ en utilisant la valeur de θ_1/θ_2 donnée par 7.b

⁵ en utilisant la valeur de θ_1/θ_2 donnée par 7.b

On en déduit le taux de croissance de la consommation et des autres variables par tête à l'état régulier :

$$\frac{Dk}{k} = \frac{Dy}{y} = \frac{Dc}{c} = \frac{1}{\sigma} (Pmk(u^*) - \rho) = x = \frac{1 - \beta + \gamma}{1 - \beta} \nu(u^*).$$

S'il n'y avait pas d'externalités ($\gamma = 0$) le taux de croissance des variables par tête serait égal à celui du capital humain ν , l'externalité ne fait que rajouter un plus, à une croissance entièrement expliquée par $\nu(u^*)$. Reste à déterminer ν^* ou u^* , mais, les solutions seront différentes à l'équilibre ou à l'optimum.

2) On prend la dérivée logarithmique de (b), et on utilise (a) (5) et (6) on trouve :

$$\frac{D\theta_2}{\theta_2} = (\beta - \sigma) \left(\frac{1 - \beta + \gamma}{1 - \beta} \cdot \delta(1 - u) \right) + (\gamma - \beta) \cdot \delta(1 - u).$$

En égalisant ce taux de croissance du prix implicite du capital humain, avec son expression optimale donnée par (d) on obtient les valeurs optimales :

$$u^{opt} = 1 - \frac{\nu^{opt}}{\delta}, \quad \nu^{opt} = \frac{1}{\sigma} \left[\delta - \frac{1 - \beta}{1 - \beta + \gamma} \rho \right], \quad x^{opt} = \frac{1}{\sigma} \left[\frac{1 - \beta + \gamma}{1 - \beta} \delta - \rho \right] \quad (7.7)$$

En égalisant ce taux de croissance du prix implicite du capital humain, avec son expression d'équilibre donnée par (d') on obtient les valeurs d'équilibre :

$$u^{eq} = 1 - \frac{\nu^{eq}}{\delta}, \quad \nu^{eq} = \frac{1}{\sigma} (\delta - \rho) \frac{(1 - \beta)}{(1 - \beta + \gamma) - (\gamma/\sigma)}, \quad x^{eq} = \frac{1}{\sigma} (\delta - \rho) \frac{(1 - \beta + \gamma)}{(1 - \beta + \gamma) - (\gamma/\sigma)} \quad (7.8)$$

1) Si l'externalité est nulle ($\gamma = 0$), tous les taux de croissance sont confondus.

$$x^{eq} = x^{opt} = \nu^{eq} = \nu^{opt} = \frac{1}{\sigma} (\delta - \rho).$$

On note que la présence de l'externalité n'est pas nécessaire à l'explication du caractère durable de la croissance (contrairement au modèle AK). En effet, même si γ est nul, les taux de croissance demeurent strictement positifs (évidement, tant que la productivité marginale du capital physique (qui est égale à δ en l'absence d'externalités) reste supérieure au taux de préférence pour le présent : $\delta > \rho$). On note également que dans ce cas, il n'y a pas d'inefficience : le taux de croissance optimal est égal au taux de croissance concurrentiel.

2) Dans le cas où l'externalité est positive ($\gamma > 0$), le taux de croissance optimal est supérieur au taux de croissance décentralisé. En prenant $\sigma = 1$, on calcule facilement l'écart qui sépare le taux de croissance optimal du taux de croissance d'équilibre :

$$\nu^{opt} - \nu^{eq} = \frac{\gamma}{1 - \beta + \gamma} \rho \quad \text{et} \quad x^{opt} - x^{eq} = \frac{\gamma}{1 - \beta} \rho.$$

On voit que plus l'externalité est forte (γ élevé), plus l'écart entre le taux de croissance optimal et d'équilibre est important. Le modèle de Lucas met en évidence une réalité importante : les agents déterminent leur temps de travail et d'éducation, u^{eq} et $(1 - u^{eq})$, sans tenir compte des effets externes de leur éducation. Dès lors, ils sous-investissent systématiquement en éducation, et ce, d'autant plus que leur taux de préférence pour le présent est élevé. Le taux de croissance du capital humain et donc celui de l'économie sont plus faibles, qu'ils ne devraient être à l'optimum.

3) Lucas souligne que le phénomène d'externalité du capital humain est important. Il l'est, aussi bien dans l'activité de production que dans celle d'accumulation des connaissances. La productivité individuelle croît en fonction du niveau de capital humain moyen ambiant dans la société ou dans l'entreprise. Également, l'acquisition des connaissances à l'école, passe autant par la fréquentation des autres étudiants que par l'enseignement formel. Il est paradoxal que Lucas introduise l'effet externe seulement dans la production de bien final et non dans l'équation de production de capital humain. La raison est qu'il faut préserver la constance des rendements sur Dh pour éviter un processus explosif. L'introduction de l'externalité dans la fonction de production de bien ne crée pas ce type de problème, car ce secteur n'appartient pas au cœur de la croissance.

7.1.3 Dynamique transitoire

À l'état régulier la constance de la productivité marginale du capital implique un rapport constant entre les variables d'état h et k . $Pmk = \beta A k^{\beta-1} (uh)^{1-\beta} h^\gamma$ peut s'écrire $Pmk = \beta A u^{1-\beta} z^*$ où : $z^* = \frac{k^{\beta-1}}{h^{\beta-1-\gamma}}$. La variable d'état transformée z^* est constante à l'état régulier. Que ce passe-t'il si une économie ne dispose pas dès l'origine des dotations k_0 et h_0 qui respectent ce rapport, si $z_0 \neq z^*$?

Stabilité

Le modèle est stable au sens du point selle. Si à l'origine l'économie ne dispose pas des dotations k_0 et h_0 qui la placent à l'état régulier (le rapport z^* qui assure la constance de la productivité marginale du capital), elle va déterminer le sentier optimal des variables de contrôle (c et u) qui va lui permettre de converger vers le rapport k/h d'état régulier.

Considérons, par exemple, le cas où z_0 est inférieur à sa valeur d'état régulier $z_0 < z^*$. Cela veut dire que l'économie manque relativement de capital physique par rapport au capital humain. Cette situation initiale ressemble à celle que l'on supposait dans le modèle de Solow quand on parlait d'un pays « pauvre » dont le capital par tête, (k_0) était faible. Si l'on admet que l'économie ne peut détruire du capital humain, pour rejoindre l'état régulier l'agent représentatif doit donc accumuler plus intensivement du capital physique; il peut alors faire cela de deux manières :

en ajustant c : l'agent renonce à des unités de consommation puisque celles-ci sont de parfaits substituts à des unités de capital physique,

en ajustant u : l'agent représentatif alloue plus de temps à la production, ce qui permet, en augmentant cette dernière d'accumuler plus de capital physique.

Le choix de l'une ou l'autre solution est dicté par σ , par la promptitude de l'agent à renoncer à des unités de consommation présentes pour des unités de consommation futures.

Dans le cas la plus probable, σ est assez fort pour que l'agent désire lisser sa chronique de consommation, il ne va pas ajuster c , mais u . Il va donc accumuler du capital physique en allouant plus de temps au secteur de production du bien, il va déterminer un $u(t)$ élevé et ainsi converger vers z^* .

Clubs de convergence

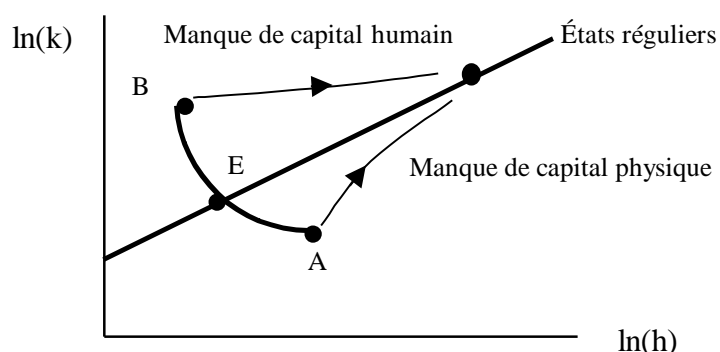
Pigalle (1994) met en évidence l'existence de clubs de convergence dans le modèle de Lucas. Une économie qui n'a pas les dotations nécessaires pour être à l'état régulier a la

possibilité de converger vers celui-ci en adaptant les variables de contrôle c et u de façon à ce que $\lim z(t) = z^*$. La définition de la variable d'état transformée z^* nous permet d'écrire

$$\ln(k) = -\frac{1}{1-\beta} \ln(z^*) + \frac{1-\beta+\gamma}{1-\beta} \ln(h) \text{ et de représenter, par une droite, sur la figure 7.1}$$

l'ensemble des états réguliers qui satisfont z^* pour différents niveaux de k et h . Considérons l'économie E qui est depuis toujours en régime permanent, sur cette droite. Au cours du temps, cette économie évolue vers le nord-est sur cette droite. Les économies A et B (ayant une similitude paramétrique) qui ne sont pas initialement sur cette droite convergent vers cette dernière.

Figure 7.1 : club de convergence



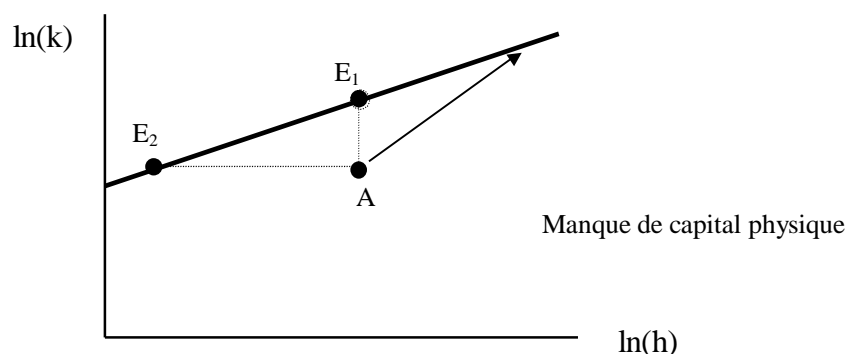
L'économie A , qui manque relativement de capital physique ($z_0 < z^*$), converge en niveau (et en taux) vers l'économie E qui croît en régime permanent depuis l'origine. L'économie B qui manque relativement de capital humain ($z_0 > z^*$) converge en niveau (et en taux) vers l'économie E . On a représenté trois économies, B , E , A , de telle façon à ce qu'elles appartiennent à un « club de convergence ». Elles auront à terme le même niveau de vie.

Il est évident que pour les économies qui ont les mêmes paramètres, ils y a convergence en taux. La question que l'on se pose est de savoir si toutes les économies convergent nécessairement vers le même niveau de vie, le même niveau de capital physique et humain par tête comme c'est le cas pour les économies B , E , A , qui arrivent à terme au même point.

Premier cas : convergence d'une économie qui manque de capital physique

Comparons sur la figure 7.2 l'économie A avec les économies E_1 et E_2 . On considère qu'à l'origine les économies E_1 et A ont le même niveau de capital humain et les économies E_2 et A le même niveau de capital physique.

Figure 7.2 : convergence d'une économie qui manque de capital physique



L'économie A manque de capital physique, les agents vont donc passer plus de temps dans le secteur de production. Ainsi, pendant la dynamique transitoire $u_A > u^*$, et donc dans l'économie A l'accumulation de capital physique est supérieure et celle du capital humain inférieure, à celles des économies E_1 et E_2 pour lesquelles $u_E = u^*$.

Comparons les économies A et E_1 . Puisque à l'origine les deux économies ont le même capital humain, puisque par la suite, l'économie A en accumule moins vite, l'économie A ne pourra jamais rattraper le niveau de capital humain de l'économie E_1 .

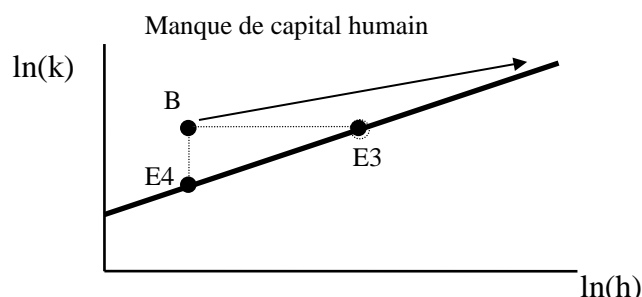
Comparons les économies A et E_2 . Puisque à l'origine les deux économies ont le même capital physique, mais comme par la suite, l'économie A en accumulera plus vite, l'économie A aura, par la suite, plus de capital physique que l'économie E_2 .

Donc l'économie A va converger vers une situation d'état régulier, aura le même rapport z^* que les économies E, mais aura éternellement des niveaux de capital humain et physique par tête supérieurs à E_2 , et des niveaux inférieurs à E_1 .

Second cas : convergence d'une économie qui manque de capital humain

Comparons sur la figure 7.3 l'économie B avec les économies E_3 et E_4 . On considère qu'à l'origine les économies E_3 et B ont le même niveau de capital physique et les économies E_4 et B le même niveau de capital humain.

Figure 7.3 : convergence d'une économie qui manque de capital humain



Comme l'économie B manque de capital humain, le temps alloué à la production pendant la dynamique transitoire sera plus faible qu'à l'état stationnaire ($u_B < u^*$). Donc l'accumulation de capital humain dans B est plus forte, celle de capital physique plus faible que dans les économies E_3 et E_4 pour lesquelles $u_E = u^*$.

Comparons B et E_4 . Puisque à l'origine les deux économies ont le même capital humain, puisque par la suite B en accumule plus, B ne sera jamais rattrapée en niveau par E_4 .

Comparons B à E_3 . Puisque à l'origine les deux économies ont le même capital physique, comme par la suite B en accumule moins, B sera toujours distancée par E_3 .

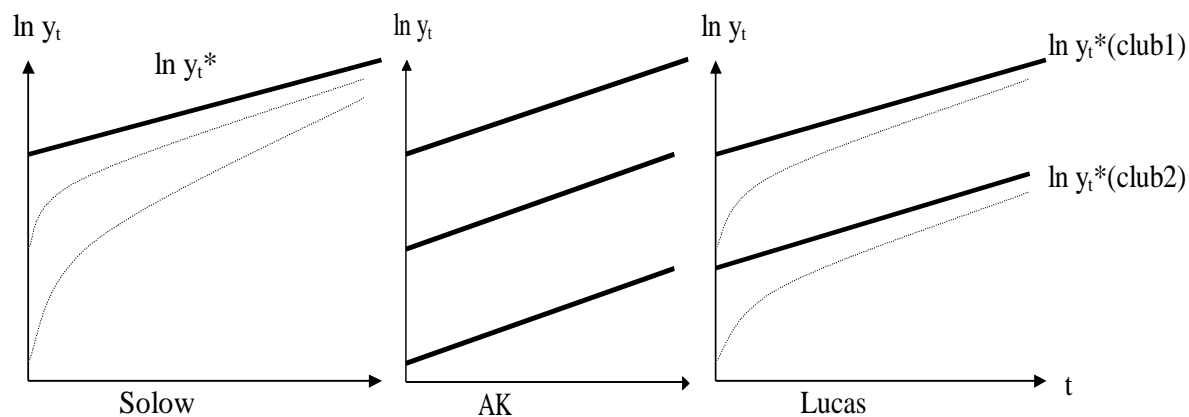
Donc l'économie B converge vers un état régulier, avec un même taux de croissance et un même z^* que les économies E, mais aura éternellement des niveaux de k et h supérieurs à E_4 et des niveaux de k et h inférieurs à E_3 .

Conclusion

Il n'y a pas systématiquement convergence en niveau dans le modèle de Lucas. Il y a convergence en taux, il y a convergence en niveau à l'intérieur de clubs, mais il n'y a pas convergence en niveau entre ces clubs. Ces résultats réconcilient la croissance endogène avec le résultat de convergence du modèle néoclassique. Cette convergence n'est pas absolue, mais conditionnelle comme chez Solow. Cependant elle n'est pas seulement conditionnelle « à l'état régulier », elle est ici également conditionnelle « aux dotations initiales », ce qui est plus intéressant. Les économies gardent dans l'histoire, la mémoire de leurs dotations initiales,

comme s'était le cas dans le modèle AK. Ce modèle fait apparaître des clubs de convergence à l'intérieur desquels les économies ont à long terme le même niveau de vie, et explique d'autre part les écarts de niveau de vie entre clubs par les conditions initiales.

Figure 7.4 : différents modes de convergence



La figure 7.4 illustre différents types de convergence. Nous considérons des économies à similitude paramétriques, donc qui connaissent une convergence absolue vers le même état régulier, mais qui ont des dotations initiales différentes. Dans le modèle de Solow, les économies ne gardent à l'infini aucune mémoire de leurs dotations initiales. Dans le modèle AK elles gardent à tout jamais cette mémoire. Dans le modèle de Lucas, les économies ne conservent qu'une mémoire partielle de leurs conditions initiales. Pour les économies appartenant à un même club de convergence, on ne peut pas distinguer si elles étaient à l'origine plus ou moins bien dotées en capital. En revanche, entre clubs de convergence, il existe bien une mémoire des conditions initiales car, même à l'infini, les variables d'état ne convergent pas en niveau.

7.2 POLITIQUES D'ÉDUCATION

L'existence d'une externalité du capital humain « justifie » que l'État mène une politique d'éducation. En général, l'État finance une éducation publique et des enseignants fonctionnaires. Une question importante est de savoir quelle importance donner au secteur éducatif.

7.2.1 L'internalisation des externalités

Le modèle de Lucas met en évidence une réalité importante : les agents déterminent u^{eq} et $(1 - u^{eq})$, leur temps de travail et d'éducation, sans tenir compte des effets externes de leur éducation, dès lors ils sous-investissent systématiquement en éducation, le taux de croissance du capital humain et donc celui de l'économie sont plus faibles. La seule façon pour le dictateur bienveillant d'internaliser cette externalité est de faire augmenter la valeur d'équilibre du temps d'éducation $(1 - u^{eq})$ pour lui faire atteindre la valeur $(1 - u^{opt})$. Une politique centralisée est par exemple d'augmenter l'âge de la scolarité obligatoire. Une politique incitative est de fournir à chaque agent une subvention à l'éducation, par exemple en distribuant des bourses, afin d'augmenter le rendement privé du capital humain. Dans la

plupart des pays, le système éducatif est public et les politiques d'éducation consistent à accroître le financement public de l'éducation.

D'Autume et Michel (1994) examinent différentes politiques d'éducation, en particulier lorsqu'il faut du capital physique pour produire du capital humain. Ils considèrent un financement par la fiscalité de ce capital physique éducatif. Dans ces conditions ils montrent qu'une subvention à l'éducation a une influence positive sur le taux de croissance. Elle permet de corriger les effets de l'externalité en incitant chaque agent à plus se former, ce qui exerce une influence positive sur les autres agents. L'imposition qui sert à financer cette subvention n'a aucune influence négative sur le taux de croissance tant qu'elle ne porte pas sur le « cœur de croissance » du modèle, le capital humain.

Mais l'internalisation des externalités éducatives est une question difficile. La difficulté est de rentrer dans la « boîte noire des externalités » selon l'expression de d'Autume et Michel. Ces problèmes viennent de l'identification de ce que l'on entend par externalité, de l'identification du niveau auquel elles s'exercent (la classe, la ville, l'entreprise, le secteur, le pays...), de la question de savoir s'il s'agit d'externalités exercées par le stock ou le flux de capital humain, de la question de savoir quel type de moyenne (arithmétique, géométrique...) il faut utiliser dans le calcul de h_a . Benabou (1992) souligne que cela revient à choisir une véritable fonction de production de l'externalité. D'autres difficultés viennent du fait que la fiscalité optimale, qui permet d'internaliser les externalités, doit considérer le critère du bien être social, et non celui de la maximisation de la croissance. A cet égard, la non-présence dans la fonction d'utilité de l'agent représentatif, du loisir, de l'éducation « consommée » et d'une externalité de consommation du capital humain, rend le modèle incomplet.

Face à ces difficultés une autre façon d'aborder le problème de la politique d'éducation est de se dire, qu'avant de traiter des problèmes liés aux questions d'externalités sur lesquelles on ne sait pas grand chose, on peut admettre que le dictateur bienveillant fournit l'éducation et doit résoudre la question du niveau optimal d'encadrement.

7.2.2 L'encadrement optimal

Pigalle (1994) propose une solution élégante pour introduire la politique d'éducation dans le modèle de Lucas. Il constate que le coût de l'éducation est correctement introduit par la quantité de biens de consommation à laquelle on doit renoncer lorsque l'on consacre du temps à s'éduquer. Le $(1-u)$ du modèle. Bilal et Klenon (1998) montrent que le temps dépensé par les enseignants et les étudiants constitue 90% de tous les coûts d'éducation. Cette remarque permet donc de ne pas avoir à introduire un coût en capital physique dans la production de capital humain.

Il souligne que l'exogénéité du δ chez Lucas, qui mesure la facilité à accumuler les connaissances, présuppose qu'il s'agit là d'une caractéristique naturelle des agents et que les agents sont autodidactes. Deux hypothèses contraires à l'esprit du modèle qui considère l'éducation comme un processus intergénérationnel et social. Il propose donc que δ devienne une fonction du taux d'encadrement (e). S'il ne faut pas obligatoirement utiliser du capital physique pour produire du capital humain, il faut certainement utiliser des enseignants. On peut admettre l'hypothèse que les enseignants aident à accumuler les connaissances et que δ est une fonction de e . Dès lors, $\delta(e)$ peut être différent d'une société à l'autre et sur le plan empirique, les différences de taux de scolarité et d'encadrement peuvent expliquer les différences de croissance. Pigalle modélise donc un fait stylisé bien connu.

Il suppose que le taux d'encadrement est : $e = \frac{u \cdot f \cdot N}{(1-u) \cdot N}$ (7.9)

Les formateurs représentent une part f des uN agents producteurs. La production de bien ne se fait donc qu'avec $u(1-f)N$ agents et il y a $(1-u)N$ agents en formation. Le rapport e donne donc le nombre de formateurs sur le nombre d'élèves, c'est à dire le taux d'encadrement.

Il suppose naturellement que $\delta(e)$ est une fonction d'abord croissante puis décroissante de e .

Il obtient donc le modèle suivant :

$$\text{Max} \int_0^{+\infty} e^{-\rho t} N \frac{c(t)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} dt \quad (7.10)$$

sous les contraintes :

$$\text{d'accumulation du capital humain : } Dh = \delta(e) \cdot (1-u)h \quad (7.11)$$

$$\text{d'accumulation du capital physique : } DK = Y - Nc \quad (7.12)$$

$$\text{où } Y \text{ est donné par la fonction de production : } Y = AK^\beta [u \cdot (1-f) \cdot hN]^{1-\beta} h_a^\gamma \quad (7.13)$$

où $f = e(1-u)/u$.

Enfin Pigalle suppose que le taux d'encadrement est une variable qui peut être maniée par le dictateur bienveillant. Comme le soulignent les historiens, l'éducation est de longue date une variable instrumentale contrôlée par l'État dans un objectif de croissance (C'est le cas par exemple pour la politique de Jules Ferry, pour la politique allemande et Japonaise fin 19^{ème} ou pour celle de la Corée dans les années récentes).

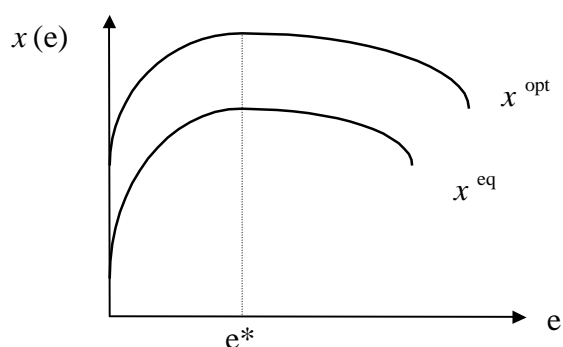
La solution du modèle donne le taux de croissance du capital humain :

$$v^{opt}(e) = \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\delta(e)}{1+e} - \frac{1-\beta}{1-\beta+\gamma} \rho \right] \quad \text{et} \quad v^{eq}(e) = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\delta(e)}{1+e} - \rho \right) \frac{(1-\beta)}{(1-\beta+\gamma) - (\gamma/\sigma)}$$

et le taux de croissance des variables par tête devient : $x(e) = \frac{1-\beta+\gamma}{1-\beta} v(e)$.

On obtient donc sur la figure 7.5 une relation qui nous donne un taux de croissance $x(e)$ d'abord croissant puis décroissant en fonction du taux d'encadrement. Cette relation est identique à une translation près, que l'externalité soit internalisée ou non.

Figure 7.5 : le taux d'encadrement optimal



Le dictateur bienveillant peut déterminer le taux d'encadrement qui maximise la croissance, aussi bien d'équilibre qu'optimale. Dans ces conditions, Pigalle soutient que la politique de premier rang est de choisir un taux d'encadrement optimal avant de vouloir internaliser les externalités.

L'intérêt du modèle est de montrer simplement que la relation « encadrement / croissance » n'est pas linéaire contrairement à ce que soutiennent les partisans inconditionnels

de l'effort d'éducation. L'éducation à un coût (les éducateurs ne produisent pas de biens), et donc une société doit déterminer quelle quantité d'agents elle sort du système productif pour former les producteurs. Un autre intérêt est de modéliser un fait stylisé bien connu. L'éducation a un effet positif sur la croissance des pays sous-encadrés, c'est-à-dire les pays en voie de développement. Mais il existe un taux d'encadrement à ne pas dépasser, sous peine de nuire à la croissance.

Empiriquement, il se trouve que cette relation en cloche $x(e)$ correspond assez bien aux données sur coupe transversale. Les pays à faible taux d'encadrement ont de faibles taux de croissance, les pays à taux d'encadrement intermédiaire des taux de croissance élevés, les pays à très fort taux d'encadrement, des taux moindres. En fait la relation statistique est fortement significative pour les pays à faible taux d'encadrement, elle ne l'est plus pour les pays à fort taux d'encadrement. On peut admettre en reprenant le raisonnement de Barro (supra § 4.2.1) que s'il n'y a plus de lien significativement différent de zéro, c'est que les pays à taux d'encadrement élevé sont à l'optimum, que la dérivée est nulle. Un deuxième enseignement des tests empiriques de cette relation, est que celle-ci « marche mieux » pour le cycle de formation primaire que pour le cycle secondaire ou supérieur. Pour favoriser la croissance, il faut sans doute, nous dit ce modèle, encourager la formation primaire dans les pays en développement.

Conclusion

Le modèle de Lucas fournit une explication endogène de la croissance : les agents déterminent le temps qu'ils consacrent à l'éducation. Le capital humain, moteur de la croissance, est accumulable selon un processus linéaire *ad hoc*. La présence de l'externalité n'est pas nécessaire à l'explication du caractère durable de la croissance (comme dans le modèle AK) mais implique une inefficience : l'investissement privé en capital humain est inférieur à l'investissement optimal. Cette inefficience « justifie » une politique économique qui consiste à subventionner l'accumulation de capital humain.

L'externalité productive du capital humain est un phénomène évident, mais difficile à internaliser. Les lois qui allongent la durée de la scolarité obligatoire jouent ce rôle, puisque la politique du dictateur bienveillant qui voudrait internaliser l'externalité serait de pousser les agents à augmenter leur temps d'éducation (u). Lucas suggère dans son article, de favoriser la concentration (dans certaines villes) des centres de recherche et de créer des technopoles. Ces politiques reviendraient à augmenter l'externalité positive du capital humain (augmenter le (γ)). Ces concentrations devraient donc s'accompagner de politiques visant à internaliser ces effets externes supplémentaires.

En ce qui concerne le lien empirique éducation-croissance c'est l'un des mieux établi de la littérature empirique sur la croissance. Les études empiriques (Denison, Maddison, Psacharopoulos...) montrent depuis longtemps le rôle significatif de l'éducation dans le processus de croissance. La figure C9 de l'annexe C illustre la liaison entre les taux de scolarisation et les taux de croissance sur données internationales. La figure C10 illustre la liaison entre les taux de scolarisation et développement. L'investissement en capital humain est une variable aussi importante que l'investissement en capital physique pour expliquer la croissance et le développement.

Ce sont les relations d'altruisme intergénérationnel qui jouent un rôle crucial dans le processus de croissance, non seulement par l'investissement en capital physique, mais aussi par la transmission du capital humain. Le modèle de Lucas explique cette relation fondamentale.